Colegio Tecnológico Pulmahue
Coordinación Académica

PLAN DE TRABAJO DE 3° y 4° MEDIO. MATEMATICA guía 1.

Estimados Padres y/o Apoderados:

Se envía a ustedes objetivos y contenidos que se trabajaran durante esta suspensión de clases, así como las debidas orientaciones, para resolver las actividades en Matemática de 3° medio 4° medio.

Objetivo de Aprendizaje:

- Tomar decisiones en situaciones de incerteza que involucren análisis de datos estadísticos con medidas de tendencia central.

Unidad 1: La toma de decisiones en situaciones de incerteza.

Inicio.

En esta guía se recuerdan términos y se realiza actividades para activar conocimientos previos sobre estadística.

¡Recuerda!

Términos de matemática relacionados con la estadística como son: población, muestra, recopilación de datos, medidas de posición medidas, medidas de tendencia central, la media o promedio, la mediana y la moda.

La estadística es una rama de la matemática, que estudia muestras de datos provenientes de un fenómeno físico o natural, que ocurre en forma aleatoria o condicional, en busca de relaciones y tendencias que puedan dar explicaciones aproximadas de dicho fenómeno.

Por ejemplo, si se conoce la distribución de temperaturas a lo largo de varios años en una determinada población, es posible predecir la temperatura aproximada que habrá en dicho lugar en un día determinado. Esta predicción no es absoluta, sino que tiene un margen de confiabilidad, dependiendo de las medidas registradas en los datos recopilados.

Para poder hacer estas predicciones, se disponen de varias herramientas para analizar los datos, una de estas herramientas, son las medidas de tendencia central y posición, entre las que se encuentran: **La media, la mediana y la moda.**

Media aritmética: es el valor obtenido al sumar todos los datos que se tienen y dividirlos entre el número de datos sumados:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} = \frac{\sum x_i}{n}$$

Ejemplo: Un alumno obtiene las siguientes notas en sus evaluaciones de lenguaje: 5,0; 6,8; 6,3; 7,0; 6,1. Calcular su promedio

$$\bar{x} = \frac{5{,}0 + 6{,}8 + 6{,}3 + 7{,}0 + 6{,}1}{5} = \frac{31{,}2}{5}$$

$$\bar{x} = 6{,}2$$

En ocasiones, se cuenta con **datos agrupados en intervalos**, en los cuales se da la frecuencia en que aparecen datos en cada rango, esto es especialmente importante cuando se trabaja con cantidades muy altas de datos. Por ejemplo, se hizo un estudio de la estatura promedio de un grupo de adultos en una determinada población, encontrándose que los datos están distribuidos de la siguiente forma:

Rango	Cantidad de personas
0,6 – 1,2 m	1
1,2 – 1,5 m	7
1,5 – 1,6 m	96
1,6 – 1,7 m	81
1,7 – 1,8 m	23
1,8 – 1,9 m	5
1,9 – 2,0 m	2
2,0 – 2,1 m	1

Para este caso, se debe utilizar la media aritmética ponderada, para la cual, se requiere poseer un marcador de clase, para cada rango mencionado en la tabla y una frecuencia de clase, que es la cantidad de datos en cada clase, y con estos datos, se utiliza la siguiente ecuación:

$$\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \cdots + x_n f_n}{n} = \frac{\sum x_i f_n}{n}$$

En el ejemplo anterior:

Completamos la tabla con la marca de clase, que es el punto medio del rango dado, luego aplicamos la formula dada:

Clase	Marca de clase, x_i	Frecuencia, f_i
0,6 – 1,2 m	0,9	1
1,2 – 1,5 m	1,35	7
1,5 – 1,6 m	1,55	96
1,6 – 1,7 m	1,65	81
1,7 – 1,8 m	1,75	23
1,8 – 1,9 m	1,85	5
1,9 – 2,0 m	1,95	2
2,0 – 2,1 m	2,05	1

Entonces, la media será:

$$\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \cdots + x_n f_n}{n} = \frac{\sum x_i f_n}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{0{,}9 \cdot 1 + 1{,}35 \cdot 7 + 1{,}55 \cdot 96 + 1{,}65 \cdot 81 + 1{,}75 \cdot 23 + 1{,}85 \cdot 5 + 1{,}95 \cdot 2 + 2{,}05 \cdot 1}{216}$$

$$\bar{x} = \frac{348{,}25}{216}$$

$$\bar{x} = 1{,}61m$$

Es usual trabajar directamente en la tabla, ampliándola, para evitar cometer errores, esto se hace de la siguiente forma:

Clase	x_i	f_i	$x_i\ f_i$
0,6 – 1,2 m	0,9	1	0,90
1,2 – 1,5 m	1,35	7	9,45
1,5 – 1,6 m	1,55	96	148,80
1,6 – 1,7 m	1,65	81	133,65
1,7 – 1,8 m	1,75	23	40,25
1,8 – 1,9 m	1,85	5	9,25
1,9 – 2,0 m	1,95	2	3,90
2,0 – 2,1 m	2,05	1	2,05
		∑=216	∑=348,25

Sustituyendo finalmente para obtener:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_n}{n} = \frac{348{,}25}{216} = 1{,}61\ m$$

En ocasiones, algunos datos tienen más importancia que otros para el promedio, por ejemplo, para ingresar a la carrera de ingeniería civil eléctrica en una universidad, se ponderarán las calificaciones obtenidas de la siguiente forma:

Calificación	NEM	Ranking	PSU – Leng	PSU – Mat	PSU – Ccs
Peso (%)	25	10	15	30	20

En este caso, para hallar la media aritmética, se utiliza la siguiente ecuación, en la que se considera el peso (p) de cada dato:

$$\bar{x} = \frac{x_1 p_1 + x_2 p_2 + \cdots + x_n p_n}{p_1 + p_2 + \cdots + p_n} = \frac{\sum x_i p_n}{\sum p_n}$$

Para el ejemplo, si un alumno posee un NEM de 760, un ranking de 810 y en los ensayos ha obtenido los siguientes valores, PSU – Leng: 612; PSU – Mat: 790 y PSU – Ccs: 785.

¿Cuál será su promedio?

$$\bar{x} = \frac{760 \cdot 25 + 810 \cdot 10 + 612 \cdot 15 + 790 \cdot 30 + 785 \cdot 20}{25 + 10 + 15 + 30 + 20} = \frac{75680}{100}$$

$$\bar{x} = 756{,}8$$

Moda: La moda es el dato más repetido en la muestra, o sea el que presenta la mayor frecuencia absoluta. Se calcula con la simple observación de los datos, por ejemplo, un grupo de 12 alumnos obtuvo las siguientes notas en una evaluación:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
5,3	5,6	5,6	5,9	5,9	6,0	6,1	6,1	6,1	6,2	6,2	6,2	6,2	6,2	6,3	6,5	6,9	7,0	7,0	7,0

Si se observan los datos, se puede ver que la moda es 6,2, ya que este dato se repite 5 veces.

Si existen dos modas, o sea, hay dos grupos de datos que se repiten la misma cantidad de veces, siendo los más encontrados en la muestra, se habla de una distribución bimodal. Cuando hay tres o más modas, es una distribución multimodal. Si todos los datos tienen la misma frecuencia, la distribución es uniforme y no hay moda.

En variables agrupadas, se define el intervalo modal, en el ejemplo de las estaturas visto anteriormente, el intervalo modal es 1,5 – 1,6 m, ya que presenta la mayor frecuencia.

Si se requiere dar un valor numérico, se ubica el intervalo modal y se utiliza la siguiente formula:

$$M = L_i + \left(\frac{f_i - f_{i-1}}{(f_i - f_{i-1}) + (f_i - f_{i+1})}\right) A_i$$

Donde:

M: Moda

L_i: Límite inferior de la clase modal.

f_i: Frecuencia de la clase modal.

f_{i+1}: Frecuencia de la clase siguiente a la modal

f_{i-1}: Frecuencia de la clase anterior a la modal.

A_i: Amplitud del intervalo modal.

En el ejemplo de las estaturas, el intervalo modal es 1,5 – 1,6 m, por lo tanto:

$$M = 1{,}5 + \left(\frac{96-7}{(96-7)+(96-81)}\right)0{,}1 = 1{,}5 + 0.856 \cdot 0{,}1$$

$$M = 1{,}586\ m$$

Mediana: La mediana es el valor central de la serie de datos ordenados que se está estudiando. Para hallarla seguimos los siguientes pasos:

- Se ordenan los datos dados, de menor a mayor.
- Si la serie tiene un número de datos impar, se toma como mediana el dato que está en la posición central. Si la serie tiene un número de datos par, se toman las dos medidas centrales y se promedian.

En el ejemplo de las notas dado anteriormente, los datos ya están ordenados, entonces, tomamos los datos centrales, que corresponden a las posiciones 10 y 11, cuyos valores son 6,2 y 6,2 y los promediamos, obteniendo así, que la mediana de esta serie de datos es 6,2.

Para el caso de datos agrupados, se agrega la columna de frecuencia acumulada, a fin de observar en que intervalo de la tabla se supera la mitad del total de datos, luego se aplica la siguiente ecuación:

$$Me = L_i + \left(\frac{\frac{n}{2} - f_{aci-1}}{f_i}\right)A_i$$

Donde:

Me: Mediana.

L_i: Límite inferior de la clase donde se alcanza la mediana.

f_i: Frecuencia absoluta de la clase de la mediana.

fac_{i-1}: Frecuencia acumulada anterior a la mediana.

A_i: Amplitud del intervalo modal.

n: Total de datos.

En el ejemplo de las estaturas:

Clase	x_i	f_i	f_{ac}	x_i f_i
0,6 – 1,2 m	0,9	1	1	0,90
1,2 – 1,5 m	1,35	7	8	9,45
1,5 – 1,6 m	1,55	96	104	148,80
1,6 – 1,7 m	1,65	81	185	133,65
1,7 – 1,8 m	1,75	23	208	40,25
1,8 – 1,9 m	1,85	5	213	9,25
1,9 – 2,0 m	1,95	2	215	3,90
2,0 – 2,1 m	2,05	1	216	2,05
		∑=216		∑=348,25

La mediana se alcanza en el intervalo 1,6 – 1,7 m, por lo tanto:

$$L_i = 1{,}6$$

$$f_{aci-1} = 104$$

$$f_i = 81$$

$$n = 216$$

$$Me = 1{,}6 + \left(\frac{\frac{216}{2} - 104}{81}\right)0{,}1 = 1{,}6 + 0{,}05 \cdot 0{,}1$$

$$Me = 1{,}605\ m$$

Ejercicios.

Escribe y resuelve en tu cuaderno.

1. Calcula el promedio, la mediana y la moda de los siguientes datos.

Edad (en años) de un grupo de 10 personas

10 – 25 – 34 – 20 – 44 – 23 – 44 – 43 – 21 – 18

2. Calcula las medidas de tendencia central para los datos organizados en la siguiente tabla:

Masa corporal estudiantes de 1° medio	
Masa corporal (kg)	Frecuencia
[50, 55[	6
[55, 60[	13
[60, 65[	9
[65, 70[	8
[70, 75]	4

Cierre.

1.- Se concluye escribiendo en su cuaderno la diferencia entre datos no agrupados y datos agrupados en intervalos y el cálculo de las medidas de tendencia central.

- ✓ Ante cualquier duda o consulta comunicarse a través de correo: matemática.dos@hotmail.com

Consulta en esta pag. Web.

https://www.curriculumnacional.cl/estudiante/621/w3-channel.html

www.curriculumnacional.cl Aprendo en línea.

Jenny Bert Matos Reyes
Profesora de Matemática
Colegio Técnico Pulmahue

Colegio Tecnológico Pulmahue
Coordinación Académica

PLAN DE TRABAJO DE 3° y 4° MEDIO. MATEMATICA guía 2.

Objetivo de Aprendizaje:

- Tomar decisiones en situaciones de incerteza que involucren análisis de datos estadísticos con medidas de dispersión.
  Unidad 1: La toma de decisiones en situaciones de incerteza.

Inicio.

En esta guía se recuerdan términos y se realiza actividades para activar conocimientos previos sobre estadística.

¡Recuerda!

Términos de matemática relacionados con la estadística como son: medidas de dispersión, el rango, la varianza y la desviación estándar.

Medidas de dispersión: Las medidas de dispersión son indicadores numéricos que representan cuanto se alejan en general los valores obtenidos de la media, cuanto más se alejen los valores obtenidos de la media, menos homogénea será la muestra y viceversa. Los más conocidos son el rango, la varianza, desviación estándar y el coeficiente de variación.

Rango: Es la medida de dispersión más simple de todas, y se trata de la diferencia entre el valor máximo y el valor mínimo obtenidos en la muestra. Cuanto mayor es el rango, más dispersa está la muestra.

Ejemplos, para el ejercicio de las notas estudiado anteriormente:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
5,3	5,6	5,6	5,9	5,9	6,0	6,1	6,1	6,1	6,2	6,2	6,2	6,2	6,2	6,3	6,5	6,9	7,0	7,0	7,0

$$Rango = (Max - Min)$$

$$Rango = 7{,}0 - 5{,}3$$

$$Rango = 1{,}7$$

En el caso de valores agrupados, se procede de la misma forma, tomando el extremo inicial de la clase menor y el extremo final de la clase mayor, en el caso de las estaturas:

Rango	Cantidad de personas
0,6 – 1,2 m	1
1,2 – 1,5 m	7
1,5 – 1,6 m	96
1,6 – 1,7 m	81
1,7 – 1,8 m	23
1,8 – 1,9 m	5
1,9 – 2,0 m	2
2,0 – 2,1 m	1

$$Rango = (Max - Min)$$

$$Rango = 2{,}1 - 0{,}6$$

$$Rango = 1{,}5$$

Varianza: Mide la dispersión de los datos de una muestra, con respecto a la media, calculando la media de los cuadrados de las distancias de todos los datos. La varianza siempre es un valor positivo, ya que se calcula con valores al cuadrado. Puede verse muy influida por valores atípicos en los datos, es decir, un dato excesivamente alejado de la media, hará muy grande el valor de la varianza.

$$\delta^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n}$$

Para el caso de datos agrupados:

$$\delta^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2 f_i}{n}$$

Para calcular la varianza, es mu {útil trabajar con tablas, a fin de evitar errores.

Ejemplos:

Para el caso de las notas:

n	x_i	x_i-x	$(x_i\text{-}x)^2$
1	5,3	-0,9	0,8372
2	5,6	-0,6	0,3782
3	5,6	-0,6	0,3782
4	5,9	-0,3	0,0992
5	5,9	-0,3	0,0992
6	6,0	-0,2	0,0462
7	6,1	-0,1	0,0132
8	6,1	-0,1	0,0132
9	6,1	-0,1	0,0132
10	6,2	0,0	0,0002
11	6,2	0,0	0,0002
12	6,2	0,0	0,0002
13	6,2	0,0	0,0002
14	6,2	0,0	0,0002
15	6,3	0,1	0,0072
16	6,5	0,3	0,0812
17	6,9	0,7	0,4692
18	7,0	0,8	0,6162
19	7,0	0,8	0,6162
20	7,0	0,8	0,6162
Promedio	6,2	Σ=	4,2855

Calculamos la varianza con:

$$\delta^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$\delta^2 = \frac{4{,}2855}{20}$$

$$\delta^2 = 0{,}214$$

Para el ejemplo con valores agrupados, de las estaturas:

Rango	**Cantidad de personas**
0,6 – 1,2 m	1
1,2 – 1,5 m	7
1,5 – 1,6 m	96
1,6 – 1,7 m	81
1,7 – 1,8 m	23
1,8 – 1,9 m	5
1,9 – 2,0 m	2
2,0 – 2,1 m	1

Hacemos una tabla expandida con estos valores, calculando el x_i; como el promedio del rango de cada clase:

Rango	x_i	f_i	x_if_i	x_i-x	$(x_i\text{-}x)^2$	(xi-x)2fi
0,6 – 1,2 m	0,9	1	0,9	-0,7123	0,5073	0,507326442
1,2 – 1,5 m	1,35	7	9,45	-0,2623	0,0688	0,481493431
1,5 – 1,6 m	1,55	96	148,8	-0,0623	0,0039	0,372227366
1,6 – 1,7 m	1,65	81	133,65	0,0377	0,0014	0,11531684
1,7 – 1,8 m	1,75	23	40,25	0,1377	0,0190	0,436309103
1,8 – 1,9 m	1,85	5	9,25	0,2377	0,0565	0,282581286
1,9 – 2,0 m	1,95	2	3,9	0,3377	0,1141	0,228125107
2,0 – 2,1 m	2,05	1	2,05	0,4377	0,1916	0,19160885
	Σ=	216	Σ= 348,2500			Σ= 2,6150

La media se calcula con:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{n} = \frac{348{,}25}{216} = 1{,}61\ m$$

La varianza se calcula con:

$$\delta^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{n}$$

$$\delta^2 = \frac{2{,}6150}{216}$$

$$\delta^2 = 0{,}0121$$

Desviación estándar: Es una medida de dispersión para variables cuantitativas. Se denota como con la letra S, y se define como la raíz cuadrada de la varianza de la variable.

Ejemplos:

Para el caso de las notas, teníamos una varianza de:

$$\delta^2 = 0{,}214$$

Por lo tanto, calculamos la desviación estándar como:

$$S = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{0{,}214}$$

$$S = 0{,}463$$

Para el caso de las estaturas, habíamos obtenido una varianza de:

$$\delta^2 = 0{,}0121$$

Por lo tanto, calculamos la desviación estándar como:

$$S = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{0{,}0121}$$

$$S = 0{,}11$$

Ejercicios.

Escribe y resuelve en tu cuaderno.

6. Las temperaturas (en grados Celsius) durante dos semanas en Talca fueron las siguientes:

Temperatura semana 1 (°C)	30	31	30	25	21	20	22
Temperatura semana 2 (°C)	30	29	29	27	26	20	27

a. Calcula e interpreta las medidas de dispersión.

b. ¿Qué ocurriría con la dispersión de los datos si las temperaturas se tomaran en distintas estaciones del año? Justifica.

Economía

7. La cantidad de cheques cobrados diariamente en todas las sucursales de un banco el mes anterior se registran en la siguiente tabla:

Cantidad de cheques	Frecuencia
[0, 200[	12
[200, 400[	15
[400, 600[	20
[600, 800[	45
[800, 1000]	21

¿Deberá preocuparse el jefe de operaciones del banco por la cantidad de empleados que se necesitará el mes siguiente?, ¿qué decidirá?

Cierre.

1.- Se concluye escribiendo en su cuaderno ¿por qué son importantes las medidas de dispersión para un análisis de datos de una muestra?

- ✓ Ante cualquier duda o consulta comunicarse a través de correo: matemática.dos@hotmail.com
- ✓ Usa como bibliografía tu libro de matemática. Consulta en esta pag. Web. https://www.curriculumnacional.cl/estudiante/621/w3-channel.html

  www.curriculumnacional.cl Aprendo en línea.

Jenny Bert Matos Reyes
Profesora de Matemática
Colegio Técnico Pulmahue